

Виправлення до надрукованої в 2005 р. версії посібника  
“Математична фізика в прикладах і задачах”

4 квітня 2010 р.

**Описки в посиланнях:**

- С. 29, перед формулою (3.26): замість (3.24) повинно бути (3.25).
- С. 56, перед формулою (6.7): замість (5.3) повинно бути (5.4).
- С. 63, перед формулою (7.8): замість (7.1) повинно бути (7.2).
- С. 102, після формули (10.38): замість (10.38) повинно бути (10.37).

**Описки в тексті:**

- С. 8, друга формула зверху: в обох рівностях замість  $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$  повинно бути  $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2\nu}$ .
- С. 22, формула (2.25): замість  $\lambda_{mn}$  повинно бути  $\lambda_{nm}$ .
- С. 25, формула (3.10): замість  $\varphi_{kn}(t)$  повинно бути  $\varphi_{kn}$ .
- С. 30, передостанній рядок: замість  $+\sqrt{t+1}$  повинно бути  $-\sqrt{t+1}$ .
- С. 30, останній рядок: замість  $-1$  повинно бути  $1$ .
- С. 31, третій рядок: повинно бути  $u_1(t) = ((1 + b^{-1} - b^{-2})e^{-bt} + b^{-2})(t+1)^{-1/2} - b^{-1}(t+1)^{1/2}$ .
- С. 53, перший рядок: повинно бути “... не має власних функцій, крім сталої.”
- С. 57, умова прикладу 6.2: замість  $r^{-2} \ln r$  повинно бути  $r^{-2} \ln r \cos \phi$ .
- С. 58, формула (6.14): перед правою частиною рівності повинен стояти знак “-”.
- С. 65, останній рядок: замість  $\mu_{mn}$  повинно бути  $\mu_{nm}$ .
- С. 76, остання формула прикладу 8.1: замість  $\pi\varphi(0)$  повинно бути  $i\pi\varphi(0)$ .
- С. 77, дворядкова формула прикладу 8.4: замість  $+\varphi(a-N)$  повинно бути  $-\varphi(a-N)$ .
- С. 77, остання формула прикладу 8.4: потрібно прибрати “v.p.”
- С. 79, другий рядок: замість  $\varphi(z) - \varphi(0)$  повинно бути  $\hat{\varphi}(z) - \hat{\varphi}(0)$ .
- С. 91, друга виключна формула після формули (10.2): замість  $f(\xi, \tau)$  повинно бути  $f(\xi, t - \tau)$ .
- С. 95, останній рядок: замість  $|x + at|$  повинно бути  $|x - at|$ , а замість  $|x + as|$  повинно бути  $|x - as|$ .
- С. 97, остання формула прикладу 10.4: замість  $\theta(x + at - \xi)$  повинно бути  $\theta(x + at - \xi)$ .
- С. 99, друга і третя виключні формули: замість  $\dot{\mu}(\alpha)$  повинно бути  $\dot{\mu}(\alpha_+)$ .
- С. 99, шоста виключна формула: замість  $\dot{\mu}(\alpha)$  у лівій частині повинно бути  $\dot{\mu}(\alpha_+)$ , а у правій —  $\dot{\mu}(0)$ .
- С. 102, перед формулою (10.36): замість  $\sqrt{\pi t}$  повинно бути  $\sqrt{\pi t}$ .
- С. 105, формула (10.47): замість  $\mu(0)$  повинно бути  $\mu(t)$ .
- С. 105, перша формула прикладу 10.9: замість  $\rho\tilde{u}$  повинно бути  $r\tilde{u}$ .
- С. 107, текст перед формулою (10.51): замість  $\int_{\alpha}^{|\alpha|} = 0$  повинно бути  $\int_{\alpha}^{|\alpha|} = 0$ .
- С. 120. В умові прикладу 11.8 замість  $U$  повинно бути  $u$ . У цьому ж прикладі замість  $\ddot{T} = \cos \omega t$  повинно бути  $\ddot{T} = a^2 T + \cos \omega t$ . Останнє речення прикладу слід замінити таким: “Розв’язавши стандартним чином цю задачу Коші, знаходимо  $T(t) = \frac{ch at - \cos \omega t}{a^2 + \omega^2}$ , після чого рівність (11.19) стає відповіддю”.
- С. 132, передостаннє речення прикладу 12.8: замість “... задовольняють ліву і праву межові умови (обмеженості) відповідно” повинно бути “задовольняють ліву (обмеженість в околі нуля) і праву (прямування до нуля при  $r \rightarrow \infty$ ) межову умову відповідно”.
- С. 136, друга формула зверху: замість  $P_l^{0, \frac{d-3}{2}}(\theta)$  повинно бути  $P_l^{0, \frac{d-3}{2}}(\cos \theta)$ .
- С. 138, остання формула прикладу 12.12: замість  $\int_{|\xi| \leq c\tau}^n$  повинно бути  $\int_{|\xi| \leq c\tau}$ .

**Описки в задачах і відповідях до них:**

- Задача 2.8: замість  $X(l) = 0$  повинно бути  $X'(l) = 0$ .
- Задача 3.3: у відповіді замість  $\sin \frac{x}{2}$  повинно бути  $\cos \frac{x}{2}$ , а замість  $\sin \frac{3x}{2}$  повинно бути  $-\cos \frac{3x}{2}$ .
- Задача 3.9: замість  $-9 \sin(3x/2)$  повинно бути  $-9t \sin(3x/2)$ . У відповіді до цієї задачі замість  $\sin \frac{5t}{2}$  повинно бути  $\sin 5t$ .
- Задача 3.39: у відповіді замість  $-\sin t - t \cos t$  повинно бути  $-(\sin t + t \cos t) \sin x$ .
- Задача 4.2: у відповіді повинен бути ще один доданок  $(\frac{y}{b} - 1) \int_0^y s f(s) ds + y \int_y^b (\frac{s}{b} - 1) f(s) ds$ .
- Задача 4.3: у відповіді  $(-1)^n$  треба замінити на  $-1$ .
- Задача 4.4: у відповіді перед рядом повинен стояти знак "+", а індекс  $n$  пробігає множину значень від 0 до  $\infty$ .
- Задача 4.9: у відповіді перед рядом повинен стояти знак "-".
- Задача 5.4: замість  $\operatorname{sgn}(\rho \sin \phi)$  повинно бути  $\rho \operatorname{sgn} \sin \phi$ .
- Задача 6.4: замість  $2 \sin^2 \vartheta \sin \phi$  повинно бути  $2 \sin 2\vartheta \sin \phi$ .
- В задачах 6.23, 6.24, 6.25, 6.27 умову обмеженості  $u$  треба замінити умовою  $u(r, \vartheta, \phi) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ .
- Задача 6.24: правильна відповідь  $u(r, \vartheta, \phi) = \frac{1}{3r} + \frac{3 \sin^2 \vartheta \sin^2 \phi - 1}{3r^3}$ .
- Задача 6.28: у відповіді потрібно додати сталу.
- Задача 7.17: у відповіді під сумою потрібно вписати множник  $\frac{2(-1)^k}{\omega_k}$ .
- Задача 7.23: замість  $\sin z$  повинно бути  $\sin \pi z$ .
- Задача 9.23: правильна відповідь  $u(x, y, z, t) = (y + 2t)e^y J_0(\sqrt{x^2 + z^2})$ .
- Задача 9.25: правильна відповідь  $u(x, y, z, t) = (x \sin x + 2t \cos x) I_0(\sqrt{y^2 + z^2})$ .
- Задача 10.1: у відповіді перед останніми двома доданками потрібно вписати множник 2.
- Задача 11.3: у відповіді замість  $tz^3/6$  повинно бути  $t^3 z/6$ .
- Задача 11.5: правильна відповідь  $u(\mathbf{x}, t) = (e^{-t} + t - 1)(x^2 y + 2y) + (t^3/3 - t^2)y + \frac{1}{2}[u_0(2x - y - 2z + 3t) + u_0(2x - y - 2z - 3t)]$ , де  $u_0(\xi) = \frac{1}{1 + \xi^2}$ .
- Задача 11.21: правильна відповідь  $u(\mathbf{x}, t) = I_\nu(\rho) \cos \nu \phi \operatorname{ch} \nu t + 4t^{5/2} - 1$ .
- Задача 12.22: у відповіді замість  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  повинно бути  $\frac{1}{\pi}$ .
- Задача 12.24: замість  $(x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1)$  повинно бути  $(x^2/a^2 + y^2/b^2 < 1)$ .

**Пропущені відповіді до задач:**

- 6.29.  $u(r, \vartheta, \phi) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4k-1}{2} \frac{\Gamma(k-1/2)}{k! \Gamma(1/2)} P_{2k-1}(\cos \vartheta) r^{2k-1}$ .
- 6.30.  $u(r, \vartheta, \phi) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{8} \frac{\Gamma(k-3/2)}{(k+1)! \Gamma(1/2)} P_{2k-1}(\cos \vartheta) (r^{-2k} \int_0^r e^{-\rho} \rho^{2k+3} d\rho + r^{2k-1} \int_r^{\infty} e^{-\rho} \rho^{4-2k} d\rho)$ .
- 6.31.  $u(r, \vartheta, \phi) = \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{4} \frac{\Gamma(k-1/2)}{k! \Gamma(1/2)} P_{2k-1}^2(\cos \vartheta) \sin 2\phi (r^{-2k} \int_0^r \rho^{2k+1} f(\rho^2) d\rho + r^{2k-1} \int_r^{\infty} \rho^{2-2k} f(\rho^2) d\rho)$ .
- 6.32.  $\lambda_{nlm} = (j_{l+1/2, n}/b)^2$ ,  $u_{nlm}(r, \vartheta, \phi) = r^{-1/2} J_{l+1/2}(j_{l+1/2, n} r/b) Y_{lm}(\vartheta, \phi)$ .
- 6.33.  $\lambda_{nlm} = (\mu_{ln}/b)^2$ ,  $u_{nlm}(r, \vartheta, \phi) = r^{-1/2} J_{l+1/2}(\mu_{ln} r/b) Y_{lm}(\vartheta, \phi)$ , де  $\mu_{ln}$  -  $n$ -й додатний корінь рівняння  $\mu J_{l-1/2}(\mu) = (l+1) J_{l+1/2}(\mu)$ .
- 10.8.  $u(x, t) = -2a^2 \int_0^t G(x, t - \tau) \mu(\tau) d\tau$ , де  $G$  дається формулою (9.4).

### Інші виправлення:

- С. 104, останні рядки цієї сторінки потрібно переписати таким чином:

Розв'язком задачі (10.19) & (10.20) з  $m = 1$ ,  $f = 0$ ,  $u_0 = 1$  є, згідно з формулою (10.22), функція  $\int_0^\infty G_1(x, \xi, t) d\xi$ . Тоді з початкової умови (10.19b) ( $i = 0$ ) маємо

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_0^\infty G_1(x, \xi, \varepsilon) d\xi = 1.$$

- С. 141, потрібно належним чином розставити знаки пунктуації в задачах 12.22–24.

### Істотні зміни в тексті, які впливають на нумерацію формул і сторінок (ці зміни не внесені в електронний варіант посібника):

- С. 78, першу частину розв'язання прикладу 8.7 можна спростити таким чином:

З попереднього прикладу і формули (8.12) маємо  $\hat{1} = (2\pi)^d \hat{1}^\# = (2\pi)^d \delta$ .

- Другий абзац §12 потрібно переписати таким чином:

Розв'язок крайової задачі еліптичного типу в області  $D$  (див. коментар до формули (2.2))

$$\left\| \begin{array}{l} Lu = f, \\ (\alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n})|_{\partial D} = \psi, \end{array} \right. \quad (12.1)$$

з оператором  $L = \nabla \cdot (p\nabla) - q$ , дається формулою

$$u(\mathbf{x}) = \int_D G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} + \int_{\partial D} H(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \psi(\boldsymbol{\xi}) d\sigma(\boldsymbol{\xi}), \quad (12.2)$$

де<sup>1</sup>

$$H(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \frac{p(\boldsymbol{\xi})}{\alpha} \frac{\partial G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial n_{\boldsymbol{\xi}}}, & \alpha > 0, \\ -\frac{p(\boldsymbol{\xi})}{\beta} G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}), & \beta > 0, \end{cases} \quad (12.3)$$

а  $G$  – розв'язок крайової задачі

$$\left\| \begin{array}{l} L_{\boldsymbol{\xi}} G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}), \quad \mathbf{x}, \boldsymbol{\xi} \in D, \\ (\alpha G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \beta \frac{\partial G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial n_{\boldsymbol{\xi}}})|_{\boldsymbol{\xi} \in \partial D} = 0. \end{array} \right. \quad (12.4)$$

Функцію  $G$  називають *функцією впливу* або *функцією Гріна* задачі (12.1), а  $H$  – *функцією впливу межових умов* або *поверхневою функцією Гріна*.

## Додаток

- При зведенні рівняння до канонічного вигляду використовуються наступні формули. Диференціальний вираз

$$au_{xx} + 2bu_{xy} + cu_{yy} + Au_x + Bu_y$$

в нових змінних  $\xi$  і  $\eta$  набирає вигляду

$$\tilde{a}u_{\xi\xi} + 2\tilde{b}u_{\xi\eta} + \tilde{c}u_{\eta\eta} + \tilde{A}u_{\xi} + \tilde{B}u_{\eta},$$

де

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= a\xi_x^2 + 2b\xi_x\xi_y + c\xi_y^2, \\ \tilde{b} &= a\xi_x\eta_x + b(\xi_x\eta_y + \eta_x\xi_y) + c\xi_y\eta_y, \\ \tilde{c} &= a\eta_x^2 + 2b\eta_x\eta_y + c\eta_y^2, \\ \tilde{A} &= a\xi_{xx} + 2b\xi_{xy} + c\xi_{yy} + A\xi_x + B\xi_y, \\ \tilde{B} &= a\eta_{xx} + 2b\eta_{xy} + c\eta_{yy} + A\eta_x + B\eta_y. \end{aligned}$$

<sup>1</sup>У деяких випадках крайова задача з межовими умовами другого роду має розв'язок не для будь-якої правої частини. Тоді функція Гріна визначається інакше (див. приклад 12.7).